

2. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 4:

- (a) Schreiben Sie die nachfolgenden Aussagen in mathematischer Symbol-Schreibweise
- (i) Das Produkt von  $x$  mit sich selbst ist positiv für alle negativen reellen Zahlen  $x$ .
  - (ii) Es existiert eine reelle Zahl  $x$ , so dass  $\cos(x) = 0$ .
  - (iii) Es existiert genau eine reelle Zahl  $x$ , so dass  $3x + 7 = 22$ .
  - (iv) Es existiert keine reelle Zahl  $x$ , so dass  $x^2 < 0$ .
- (b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr

- (i)  $x \geq 0 \forall x \in \mathbb{N}$ ,
- (ii)  $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$ ,
- (iii)  $x^2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ ,
- (iv)  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : xy = 1$ ?

Aufgabe 5:

Die Inflation einer Währung betrage pro Jahr 3%. Stellen Sie eine Formel zur Entwicklung des Gegenwertes von Waren auf und bestimmen Sie, nach wieviel Jahren die Preissteigerung 50% beträgt?

Aufgabe 6:

Bestimmen Sie, falls möglich, für die angegebenen Folgen die Grenzwerte für  $n \rightarrow \infty$

- (a)  $a_n = \frac{1}{2n}$ ,
- (b)  $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ ,
- (c)  $a_n = \frac{4n}{1-2n}$ ,
- (d)  $a_n = \frac{n^2 + 4n + 4}{n^2 - 4n - 4}$ ,
- (e)  $a_n = \frac{2n^2 + 4n + 4}{n^2 - 4n - 4}$ ,
- (f)  $a_n = \frac{n^2 + 4n + 4}{n^3 - 4n - 4}$ ,
- (g)  $a_n = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$ ,
- (h)  $a_n = 2 \cdot (-1)^n$ .

Aufgabe 7:

In einer Firma heuern monatlich neue Arbeiter im Umfang von 10% der aktuellen Belegschaftsgröße an. Aufgrund negativer Erfahrungen verlassen aber monatlich 20% der Arbeiter, die schon vor einem Monat angestellt waren, den Betrieb.

- (a) Stellen Sie eine rekursive Bildungsvorschrift für die Anzahl der Mitarbeiter auf. Dabei sei  $b_n$  die Belegschaftsgröße im Monat  $n$  nach Firmengründung.
- (b) Geben Sie zu  $b_1 = 100$  und  $b_2 = 110$  die Belegschaftsgrößen der folgenden 2 Monate an.

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 2. Übung

Übungsaufgabe 4:

(a) Schreiben Sie die nachfolgenden Aussagen in mathematischer Symbol-Schreibweise

(i) Die Wurzel von  $x$  ist nichtnegativ für alle nichtnegativen reellen Zahlen  $x$ .

(ii) Es existiert genau eine reelle Zahl  $x$ , so dass  $\exp(x) = 1$ .

(iii) Der natürliche Logarithmus von  $x$  ist positiv für alle reellen Zahlen größer 1.

(b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr

(i)  $\ln(x) \leq 0 \forall x \in (0, 1]$ ,

(ii)  $\exists x \in \mathbb{R} : \exp(x) = 0$ ,

(iii)  $x^3 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ ,

(iv)  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 0$ ?

Übungsaufgabe 5:

Der Papierverbrauch einer Familie verringert sich jedes Jahr um 4%. Nach wieviel Jahren hat sich der Verbrauch auf 30% des Ursprungswertes reduziert?

Übungsaufgabe 6:

Bestimmen Sie, falls möglich, für die angegebenen Folgen die Grenzwerte für  $n \rightarrow \infty$

(a)  $a_n = \frac{2n}{1 - 3n}$ ,

(b)  $a_n = \frac{2n^2 + 4n + 4}{-5n^2 - 4n - 4}$ ,

(c)  $a_n = \frac{n^2 - 1}{2n + n\sqrt{n}} - \sqrt{n}$ ,

(d)  $a_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$  für  $x \in \mathbb{R}$ .

Zusatzaufgabe 1:

Zeigen Sie, dass  $\sqrt{2}$  irrational ist. Führen Sie einen Widerspruchsbeweis, d.h. Sie nehmen das Gegenteil an und leiten daraus einen Widerspruch her.