

4. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 11:

- (a) In Ollis Berg gehen die Titanreserven zur Neige. Eine aktuelle Schätzung seines Kumpels Jens ergab eine Restmenge von 22t. Der Plan sieht vor, dass er seine Förderung zukünftig jährlich um 15% reduziert.

Reichen seine Reserven für immer, wenn er in diesem Jahr 4t fördern wird? Sollten die Reserven nicht reichen, so bestimmen Sie, wie lange sie noch halten.

- (b) Berechnen Sie

$$(i) \quad \sum_{i=0}^{\infty} 0.7^i, \quad (ii) \quad \sum_{i=0}^{\infty} 1.1^i, \quad (iii) \quad \sum_{i=0}^{\infty} (-0.25)^i.$$

Aufgabe 12:

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$(a) \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad (b) \quad \text{für } n \geq 2 \text{ gilt } 2^n > n + 1.$$

Aufgabe 13:

Christian braucht Geld und nimmt einen Kredit in Höhe von 600 000 € zu einem monatlichen Zinssatz von 0.3% auf.

- (a) Wie hoch muss die monatliche Rate sein, wenn der Kredit in 25 Jahren zurückbezahlt sein soll?
- (b) Christian stellt fest, dass er monatlich nur 2 500 € zurück zahlen kann. Wie lange dauert es, bis der Kredit getilgt ist?
- (c) Wie hoch ist in beiden Fällen die Gesamteinzahlung?

Aufgabe 14:

Bei einem Startkapital von 20000 €, einer monatlichen Einzahlung von 500 € und einem Zinssatz von 0.6% pro Monat sollen 80000 € angespart werden.

- (a) Wie hoch ist das Kapital nach 3 Jahren?
- (b) Wann werden 80000 € überschritten?
- (c) Wie hoch muss die Einzahlung monatlich sein, wenn die Zielsumme 6 Monate eher erreicht werden soll?

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 4. Übung

Übungsaufgabe 10:

Geben Sie für folgenden Reihen die Grenzwerte für  $n \rightarrow \infty$  an, falls sie existieren

$$(a) \quad s_n = \sum_{i=0}^n 0.1^i, \quad (b) \quad s_n = \sum_{i=0}^n 1.5^i.$$

Übungsaufgabe 11:

Berechnen Sie

$$(a) \quad \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^i, \quad (b) \quad \sum_{i=10}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^i, \quad (c) \quad \sum_{i=0}^{\infty} 1.5^i, \quad (d) \quad \sum_{i=0}^{\infty} (-0.7)^i.$$

Übungsaufgabe 12:

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$(a) \quad \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2, \quad (b) \quad \text{für } n \in \mathbb{N} \text{ ist } n^2 + n \text{ gerade.}$$

Übungsaufgabe 13:

Theresa möchte einen Duty-free-shop eröffnen und benötigt 500 000 €. Sie hat folgende zwei Angebote für einen Kredit:

- (a) Die EU-Bank bietet ihr einen Kredit zum monatlichen Zinssatz von 0.15% an, welcher mit monatlichen Raten von 3000 € zurückzuzahlen ist.
- (b) Alternativ kann sie sich auch für einen Kredit bei der Arbeiter-Bank entscheiden, welcher monatlich mit  $p = 0.22\%$  verzinst wird und binnen 12 Jahren zurückgezahlt werden muss.

Bestimmen Sie für Option a) die Laufzeit und für Option b) die monatliche Einzahlung. Für welche Variante ist die Gesamteinzahlung niedriger?

Übungsaufgabe 14:

Ein Kredit von 500 000 €, monatlich verzinst mit Zinssatz  $p$ , wird in konstanten monatlichen Raten  $E$  über  $n$  Monate abgezahlt.

- (a) Berechnen Sie  $E$  für  $n = 240$  und  $p = 0.5\%$ .
- (b) Berechnen Sie  $n$  für  $E = 3\,000$  € und  $p = 0.05\%$ .