

6. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 19:

Berechnen Sie folgende Grenzwerte

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x}, & \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}, \\ \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x - 1}, & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right). \end{array}$$

Aufgabe 20:

Für welchen Preis $p \in [0, 150]$ schlägt die Nachfragefunktion $N(p) = 0.04p^2 - 12p + 900$ von preisunelastisch zu preiselastisch um?

Aufgabe 21:

Berechnen Sie die Extrempunkte der Funktionen

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = x^2 - 2x + 1, & \text{(b)} f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 4x^2 - 4x + 1, \\ \text{(c)} f(x) = x \ln(x), & \text{(d)} f(x) = \ln(x) - 2x + 1. \end{array}$$

Aufgabe 22:

Berechnen Sie zu

$$f(x) = \sin(x)$$

und zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ das Taylor-Polynom bis zum Grad 5.

Aufgabe 23:

Finden Sie den Schnittpunkt der Kurven $x = N(p) = 5 \exp(-p/5)$ und $x = A(p) = \sqrt{1 + p}$. Stellen Sie dazu eine geeignete Funktion auf und berechnen Sie deren Nullstelle. Nutzen Sie

- (a) das Bisektionsverfahren (führen Sie 4 Schritte aus),
- (b) das Newton-Verfahren (2 Schritte).

Wieviele Schritte des Bisektionsverfahrens wären nötig, um sicher eine Genauigkeit der Approximation (Intervallbreite) von $\varepsilon = 10^{-5}$ zu erreichen?

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 6. Übung

Übungsaufgabe 19:

Berechnen Sie folgende Grenzwerte

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin(x)},$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x},$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^x}{x},$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} \ln(x) + \frac{1}{x}.$

Übungsaufgabe 20:

- (a) Bestimmen Sie zu der Funktion $N(p) = 10 - \sqrt{p}$ mit $p \in (0, 100)$ die Elastizität $\eta(p)$. Für welche $p \in (0, 100)$ ist $N(p)$ preiselastisch?
- (b) Berechnen Sie die Elastizität der Nachfragefunktion $N(p) = 1200 - 3p + 0.0012p^2$. Wo im Intervall $[0, 500]$ ist f elastisch?

Übungsaufgabe 21:

Berechnen Sie die Extrempunkte der Funktionen

(a) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x,$

(b) $f(x) = \sqrt{x}e^{-x},$

(c) $f(x) = \ln(x^2 + 2x - 1),$

(d) $f(x) = x^n e^{-x}.$

Übungsaufgabe 22:

Berechnen Sie zu

$$f(x) = \ln(x)$$

und zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ das Taylor-Polynom bis zum Grad 3.

Übungsaufgabe 23:

Gegeben seien die Angebotsfunktion $A(p)$ und die Nachfragefunktion $N(p)$ mit

$$A(p) = -2 + \exp(p/10), \quad \text{und} \quad N(p) = 10 - \sqrt{p}.$$

Gesucht sind Näherungen an p^* mit $A(p^*) = N(p^*)$. Stellen Sie zur Berechnung des Schnittpunktes eine geeignete Funktion auf und approximieren Sie deren Nullstelle. Nutzen Sie dazu

- (a) das Bisektionsverfahren zum Startintervall $[15, 25]$, führen Sie 2 Intervallhalbierungen zur Einschachtelung aus,
- (b) das Newton-Verfahren zum Startwert $p_0 = 20$, führen Sie 2 Schritte aus.