Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
PD Dr. M. Sawall

Rostock, den 26.11.2025

7. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 24:

Gesucht ist der Preis p^*, so dass $A(p^*) = N(p^*)$ gilt mit der Angebotsfunktion $A(p) = 0.1 + 0.001 \cdot p^2$ und der Nachfragefunktion $N(p) = 5/(1 + 0.0005 \cdot p^3)$. Bestimmen Sie Näherungen an p^* mittels

(a) des Bisektionsverfahrens, so dass $|A(p) - N(p)| < 0.1$ gilt, und

(b) des Newtonverfahren (2 Schritte ausführen).

Wählen Sie ein geeignetes Startintervall bzw. einen geeigneten Startwert jeweils selbst.

Aufgabe 25:

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen alle partiellen Ableitungen erster Ordnung sowie von (a), (c) und (e) auch alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung:

(a) $f(x, y) = x^2 + y^2$,
(b) $f(x, y) = 3xy$,
(c) $f(x, y) = x^2 - 4xy + 4y^2$,
(d) $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$,
(e) $f(x, y) = \sqrt{xy}$,
(f) $f(x, y, z) = \ln(x^3 + y^2 + z)$.

Bestimmen Sie von (b) und (c) die Richtungsableitung zu $v = (-0.8, 0.6)$. Werten Sie diese jeweils in $(x, y) = (3, 1)$ aus.

Aufgabe 26:

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen alle partiellen Ableitungen und die kritischen Punkte:

(a) $f(x, y) = xy + x^2 + y^2 + x - 4y - 3$,
(b) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x + 5y + 2$,
(c) $f(x, y) = x^2y^2 + x^2 + x$,
(d) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.

Überprüfen Sie für (a)-(c) die hinreichende Bedingung für das Vorliegen eines lokalen Extremums.

Die Aufgaben sollen sowohl zur Bearbeitung in den Seminaren als auch zur selbstständigen Übung dienen. Insbesondere reichen die 90 Minuten einer Übung mitunter nicht zur Besprechung und Bearbeitung aller Aufgaben.

Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
PD Dr. M. Sawall

Rostock, den 26.11.2025

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 7. Übung

Übungsaufgabe 24:

Berechnen Sie Näherungslösungen der Gleichung $x^2 = \exp(x)$. Nutzen Sie das Bisektions- und das Newton-Verfahren.

Wieviele Schritte des Bisektionsverfahrens wären nötig, um sicher eine Genauigkeit der Approximation (Intervallbreite) von $\varepsilon = 10^{-6}$ zu erreichen?

Übungsaufgabe 25:

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen alle partiellen Ableitungen erster Ordnung sowie von (a), (b) und (d) auch alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung:

(a) $f(x, y) = x - 2xy - y^2$, (b) $f(x, y) = 3\dfrac{x}{y}$,

(c) $f(x, y) = (x-2)^2(y+1)^2$, (d) $f(x, y) = \sqrt{x^3 y}$,

(e) $f(x, y, z) = \sin(xy) + \cos(xz)$, (f) $f(x, y, z) = xyz + \ln(x + y + z)$.

Bestimmen Sie von (a) und (d) die Richtungsableitung zu $v = (\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$. Werten Sie diese jeweils in $(x, y) = (3, 1)$ aus.

Übungsaufgabe 26:

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen alle partiellen Ableitungen und die kritischen Punkte:

(a) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - x$, (b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$,

(c) $f(x, y) = -x^2y^2 - 2x^2 - 3x$.

Überprüfen Sie die hinreichende Bedingung für das Vorliegen eines lokalen Extremums.