

10. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 35:

Berechnen Sie $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ und $\|\cdot\|_\infty$ für

$$a = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 36:

Zeichnen Sie die Einheitskreise in \mathbb{R}^2 für $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$. Gesucht sind also die Mengen

$$M_1 = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\|_1 = 1\}, \quad M_2 = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\|_2 = 1\}, \quad M_\infty = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\|_\infty = 1\}.$$

Aufgabe 37:

Berechnen Sie, sofern möglich, für die folgenden Vektoren und Matrizen

$$a = (-2, 0, 1), \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) die Summen $a - b^T$, $a + b$, $2a^T - b$, $b + A$, $A + 3B$,
- (b) die Produkte ab , Ab , AB , $B^T A$, AB^T .

Aufgabe 38:

Betrachten Sie die linearen Gleichungssysteme $Ax = b$ mit

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Bringen Sie die linearen Gleichungssysteme mittels Vorwärtselemination auf Dreiecksgestalt und bestimmen Sie anschließend mittels Rückwärtssubstitution die jeweilige Lösung x .

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 10. Übung

Übungsaufgabe 35:

Berechnen Sie $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ und $\|\cdot\|_\infty$ für

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Übungsaufgabe 36:

Zeichnen Sie in \mathbb{R}^2 zu den Mengen M_1 , M_2 und M_∞ aus der Übung den Einheitskreis für $\|\cdot\|_3$, also die Menge

$$M_3 = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\|_3 = 1\}.$$

Übungsaufgabe 37:

Berechnen Sie, sofern möglich, für die folgenden Vektoren und Matrizen

$$a = (1, 2, 3), \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) die Summen $a + b$, $a + 2b^T$, $b - A$, $A - 2B$, $A + 3B^T$,
- (b) die Produkte $a^T b$, ab , Ab , Ba , AB^T .

Übungsaufgabe 38:

Betrachten Sie die linearen Gleichungssysteme $Ax = b$ mit

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bringen Sie die linearen Gleichungssysteme mittels Vorwärtselimination auf Dreiecksgestalt und bestimmen Sie anschließend mittels Rückwärtssubstitution die jeweilige Lösung x .