Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
PD Dr. M. Sawall

Rostock, den 20.10.2025

1. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Musterlösung zur freiwilligen Übungsaufgabe 1:

(a) Es ergeben sich

(i) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}\frac{1}{k}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{49}{20}$,

(ii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7}(k^2-1)=(1^2-1)+(2^2-1)+(3^2-1)+\cdots+(7^2-1)=0+3+8+\cdots+48=133$

(iii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7}(-1)^k k=(-1)^1\cdot 1+(-1)^2\cdot 2+(-1)^3\cdot 3+\cdots+(-1)^7\cdot 7$

$=-1+2-3+4-5+6-7=-4$,

(iv) $\displaystyle\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}ij=\sum_{i=1}^{3}i\cdot 1+i\cdot 2=\sum_{i=1}^{3}i\cdot 3=1\cdot 3+2\cdot 3+3\cdot 3=3+6+9=18.$

(b) Es ergeben sich

(i) $\displaystyle 3+7+11+\cdots+31=\sum_{k=0}^{7}4k+3$,

(ii) $\displaystyle 2^0+2^1+2^2+2^3+\cdots+2^7=\sum_{k=0}^{7}2^k$,

(iii) $\displaystyle 4\cdot 6+5\cdot 7+6\cdot 8+\cdots+28\cdot 30=\sum_{k=4}^{28}k\cdot(k+2)$,

(iv) $\displaystyle 1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots+\frac{x^9}{9!}=\sum_{k=0}^{9}\frac{x^k}{k!}.$

(c) Es ergeben sich

(i) $\displaystyle\sqrt{\sum_{k=1}^{n}a_k}=\sum_{k=1}^{n}\sqrt{a_k}$ ist falsch, Wurzel ziehen und Additon dürfen nicht vertauscht werden

ein Gegenbeispiel ist etwa $\sqrt{4+4}=\sqrt{8}\neq\sqrt{4}+\sqrt{4}=4$,

(ii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}a_k$ ist falsch, denn links verändert sich der Nenner in jedem Summanden,

während rechts der Nenner immer gleich ist

ein Gegenbeispiel ist etwa $\displaystyle\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6}\neq\frac{1}{3}\cdot(1+1+1)=1$,

(iii) $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N} i \cdot j = \sum_{i=1}^{n} i \cdot \sum_{j=1}^{N} j$ ist richtig, hier wurde einfach ausgeklammert.

Musterlösung zur freiwilligen Übungsaufgabe 2:
Es ergeben sich

(i) $\frac{n!}{(n-k)!} = k!$ ist falsch

ein einfaches Gegenbeispiel ist $n = 3,\ k = 2:\ \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{6}{1} = 6 \neq 2! = 2,$

(ii) $\prod_{k=1}^{n} 2k = 2\prod_{k=1}^{n} k,$ ist ebenfalls falsch, denn für $n \geq 2$ gilt $\prod_{k=1}^{n} 2k = 2^n \prod_{k=1}^{n} k \neq 2\prod_{k=1}^{n} k,$

(iii) $\frac{n!}{(n-k)!} = \prod_{\ell=n-k+1}^{n} \ell$ ist richtig, Umformung ergibt

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1}{(n-k)\cdot(n-k-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)s = \prod_{\ell=n-k+1}^{n} \ell.$$

Musterlösung zur freiwilligen Übungsaufgabe 3:
Es ergeben sich

(a)

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4-3} \quad \Rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = -3,$$

(b) eine Lösung ist $x_1 = 1$ (probieren) und Polynomdivision führt auf

$$x^3 + x^2 - 37x + 35 = (x-1)(x^2 + 2x - 35) = 0$$
$$x^2 + 2x - 35 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{2,3} = -1 \pm \sqrt{1+35} \quad \Rightarrow x_2 = 5,\ x_3 = -7,$$

(c) $2.1 = 1.075^x$

$$\log(2.1) = \log(1.075^x)$$
$$\log(2.1) = x\log(1.075$$
$$\frac{\log(2.1)}{\log(1.075)} = x$$
$$10.26 \approx x$$

(d) $\frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2-5}$

$$x^2 - 5 = x + 1$$
$$x^2 - x - 6 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{0.25 + 6} = 0.5 \pm 2.5$$
$$x_1 = 3,\ x_2 = -2,$$

(e) $\ln(x^2 + 3) = 2\ln(2)$

$$\ln(x^2 + 3) = \ln(2) + \ln(2)$$
$$\ln(x^2 + 3) = \ln(2 + 2) = \ln(4)$$
$$x^2 + 3 = 4$$
$$x_{1,2} = \pm 1.$$