

11. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Musterlösung zur freiwilligen Übungsaufgabe 39:

In Kurzschreibweise ergibt sich

$$\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & b \\ \hline 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1.2 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & -1 \\ & 0 & 0.2 & 2 \\ \hline & & 0.2 & 2 \end{array}$$

Die Dreiecksgestalt (hier nicht extra gefragt) ist demnach

$$\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & b \\ \hline 1 & -1 & 1 & 0 \\ & 1 & -2 & -1 \\ & & 0.2 & 2 \end{array}$$

Die Rücksubstitution ergibt

$$\begin{aligned} 0.2x_3 &= 2 &\Rightarrow x_3 &= 10 \\ x_2 - 2x_3 &= -1 &\Rightarrow x_2 &= -1 + 2x_3 = 19 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 0 &\Rightarrow x_1 &= x_2 - x_3 = 9. \end{aligned}$$

also

$$x = \begin{pmatrix} 9 \\ 19 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Musterlösung zur freiwilligen Übungsaufgabe 40:

In Kurzschreibweise ergibt sich

$$\begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & b \\ \hline -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1.2 & 1 \\ \hline & 2 & -1 & -2 & 0 \\ & -1 & 0 & 2 & 2 \\ & 0 & 0 & 0.2 & 1 \\ \hline & & -\frac{1}{2} & 1 & 2 \\ & & 0 & 0.2 & 1 \\ \hline & & & 0.2 & 1 \end{array}$$

Die Rücksubstitution ergibt

$$\begin{aligned}0.2x_4 = 1 &\Rightarrow x_4 = 5 \\ -0.5x_3 + x_4 = 2 &\Rightarrow x_3 = -2(2 - x_4) = 6 \\ 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 &\Rightarrow x_2 = 8 \\ -x_1 + x_2 - x_4 = 0 &\Rightarrow x_1 = 3.\end{aligned}$$

also

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Musterlösung zur freiwilligen Übungsaufgabe 41:

Kalle, Jupp, Franz und Uli müssen zusammen 120 Bälle aufpumpen

$$x_K + x_J + x_F + x_U = 120.$$

Der Ballhändler hat festgelegt, dass Kalle fünfmal so viele Bälle aufpumpen soll wie Jupp [...]

$$x_K = 5x_J,$$

[...] dass Franz so viele Bälle aufpumpen soll wie Kalle und Jupp zusammen [...]

$$x_F = x_K + x_J,$$

[...] und dass Uli 35 Bälle mehr aufpumpen muss als Kalle

$$x_U = 35 + x_J.$$

Gleichungssystem in Kurzschreibweise

x_K	x_J	x_F	x_U	b
1	1	1	1	120
1	-5	0	0	0
-1	-1	1	0	0
-1	0	0	1	35
	-6	-1	-1	-120
	0	2	1	120
	1	1	2	155
		2	1	120
		$\frac{5}{6}$	$\frac{11}{6}$	135
		$\frac{17}{12}$		85

Rücksubstitution ergibt

$$x = \begin{pmatrix} x_K \\ x_J \\ x_F \\ x_U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 5 \\ 30 \\ 60 \end{pmatrix}.$$