

Modulprüfung
Mathematische Methoden in den Wirtschaftswissenschaften

Bitte heften Sie dieses Blatt vorne an Ihre Lösungen an.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

| Aufgabe 1 5 Punkte | Aufgabe 2 4 Punkte | Aufgabe 3 5 Punkte | Aufgabe 4 5 Punkte | Aufgabe 5 3 Punkte | Aufgabe 6 3 Punkte | Summe 25 Punkte |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------|
| | | | | | | |

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'(x) = -3x^2y(x).$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.
- (b) Welche Lösung erfüllt den Anfangswert $y(0) = 1$?
- (c) Berechnen Sie 3 Schritte mit dem Euler-Verfahren zur Schrittweite $h = 1/3$ und zum Anfangswert aus (b).

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Determinante von A .
- (b) Berechnen Sie alle Eigenwerte von B .
- (c) Bestimmen Sie zu einem Eigenwert von B einen Eigenvektor.

Aufgabe 3 (5 Punkte):

Die Stadtverwaltung muss die Verteilung von Streusand organisieren. Dieser soll von 5 Kiesgruben zu 3 Verteilstationen gebracht werden. Die kurzfristig verfügbaren Vorräte und Bedarfe (in Tonnen) sind

$$v_1 = 12, v_2 = 14, v_3 = 8, v_4 = 20, v_5 = 13, \quad w_1 = 21, w_2 = 24, w_3 = 22.$$

Für die Transportkosten (Euro/Tonne) werden veranschlagt (Bedarfe W , Vorräte V)

| | W1 | W2 | W3 |
|----|----|----|----|
| V1 | 64 | 73 | 58 |
| V2 | 70 | 59 | 61 |
| V3 | 67 | 81 | 70 |
| V4 | 66 | 63 | 57 |
| V5 | 60 | 68 | 62 |

Bestimmen Sie die Lösung des Transportproblems

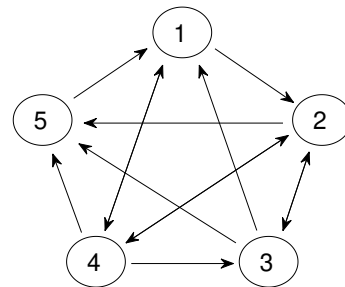
- mittels Nord-West Methode sowie
- mittels Matrixminimummethode.

(Die Berechnung der jeweiligen Transportkosten ist nicht nötig.)

Aufgabe 4 (5 Punkte):

Gegeben ist das Netz aus Verknüpfungen zwischen 5 websites wie auf der Grafik.

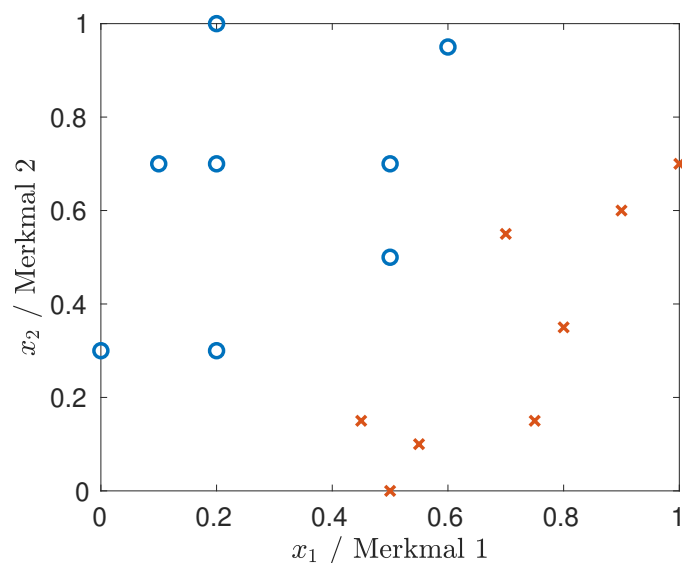
- Bestimmen Sie die Adjazenzmatrix der Verknüpfungen.
- Approximieren Sie einen Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda = 1$ der Matrix aus (a) mittels der Potenzmethode. Berechnen Sie 2 Schritte zum Startvektor $(1, \dots, 1)^T$. Rechnen Sie ohne Normierung.
- Geben Sie die daraus resultierende Rangfolge der 5 websites an.



Aufgabe 5 (3 Punkte):

- (a) Mittels der normalisierten Daten $x^{(i)} \in \mathbb{R}^2$ der folgenden Grafik soll eine support vector machine trainiert werden. Skizzieren Sie in die Grafik die sich ergebende Trennebene und markieren Sie die supporting vectors.
- (b) Konkret lautet die Gleichung der Trennebene $-11.85x_1 + 7.407x_2 + 3.222 = 0$. Klassifizieren Sie mittels dieser rechnerisch den normalisierten Punkt $(0.5, 0.4)$ als "o" oder "x".

Hinweis: Bestimmen Sie mittels eines Trainingspunkts zunächst, auf welcher der beiden Seiten der Trennebene "o" liegt und auf welcher "x".



Aufgabe 6 (3 Punkte):

Nach Abklingen einer Krankheit ergaben die Herzfrequenzmessungen (HFM) die vergangenen 3 Tage folgende Werte:

| Tag | 0 | 1 | 2 |
|-----|----|----|----|
| HFM | 61 | 55 | 52 |

Bestimmen Sie das Interpolationspolynom $p(x)$ zu den gegebenen Daten.