

Modulprüfung
Mathematische Methoden in den Wirtschaftswissenschaften

Bitte heften Sie dieses Blatt vorne an Ihre Lösungen an.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe 1 5 Punkte	Aufgabe 2 5 Punkte	Aufgabe 3 5 Punkte	Aufgabe 4 6 Punkte	Aufgabe 5 4 Punkte	Summe 25 Punkte

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Berechnen Sie von der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (a) die Determinanten,
- (b) alle Eigenwerte und
- (c) einen Eigenvektor (zu egal welchem Eigenwert).

Aufgabe 2 (5 Punkte):

Vier Netzanbieter stehen in Konkurrenz zueinander. Die Übergangswahrscheinlichkeiten, dass ein Vertrag bei Anbieter X beim nächsten Mal zu einem Vertragsabschluss bei Y führt, lauten

- Vertrag bei Anbieter A \Rightarrow (0.5, 0.2, 0.1, 0.2)
- Vertrag bei Anbieter B \Rightarrow (0.2, 0.4, 0.2, 0.2)
- Vertrag bei Anbieter C \Rightarrow (0.1, 0.05, 0.8, 0.05)
- Vertrag bei Anbieter D \Rightarrow (0.2, 0.1, 0.1, 0.7)

Der Fall keines Anschlusses bleibt unberücksichtigt, da es zu wenige betrifft.

Gesucht ist eine Approximation an die Marktaufteilung im Gleichgewicht. Bestimmen Sie dazu die Übergangsmatrix und berechnen Sie 2 Schritte mit der Potenzmethode zu der Anfangsverteilung $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25)^T$. Nutzen Sie zur internen Normierung der Iterierten der Potenzmethode die $\|\cdot\|_1$ -Norm mit $\|x\|_1 = |x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4|$.

Aufgabe 3 (5 Punkte):

Eine Logistikfirma wird beauftragt, Zuckerrüben von 3 Feldern zu 5 Zuckerfabriken zu trans-

portieren. Die Vorräte und Bedarfe (in Tonnen) sind

$$v_1 = 150, v_2 = 220, v_3 = 185, \quad w_1 = 120, w_2 = 160, w_3 = 70, w_4 = 100, w_5 = 105.$$

Für die Transportkosten (euro/Tonne) werden veranschlagt (Bedarfe W , Vorräte V)

	W1	W2	W3	W4	W5
V1	17	23	29	25	31
V2	24	26	20	22	18
V3	28	19	32	27	21

Bestimmen Sie die die Lösung des Transportproblems nach Nord-West sowie nach Matrixminimummethode. (Die Berechnung der gesamten Transportkosten ist nicht nötig.)

Aufgabe 4 (6 Punkte):

Gegeben ist das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 &\leq 18 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 15, & x_1, x_2 &\geq 0, \\ x_1 + x_2 &\leq 9 & 3x_1 + 2x_2 &\rightarrow \max! \end{aligned}$$

- Lösen Sie das Optimierungsproblem graphisch.
- Führen Sie Schlupfvariablen ein, um die Ungleichungen in Gleichungen zu überführen. Berechnen Sie einen Schritt mit dem Simplex-Algorithmus und starten Sie mit den Schlupfvariablen als Basisvariablen.
- Bestimmen und Markieren Sie für den zweiten Schritt das Kreuzelement. (Führen Sie aber nicht den gesamten Rechenschritt aus.)
- Geben Sie das duale Optimierungsproblem an.

Aufgabe 5 (4 Punkte):

Der Kraftstoffverbrauch eines Autos in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit wird vom Hersteller wie folgt tabelliert angegeben

v [in km/h]	80	100	130
Verbrauch [l/100km]	4	5	7

- Bestimmen Sie zu den gegebenen Daten das Interpolationspolynom $p(x)$.
- Tests haben zudem ergeben, dass sich bei $v = 30$ km/h ein Verbrauch von 5 l/100km ergibt. Bestimmen Sie das Interpolationspolynom unter Berücksichtigung dieses zusätzlichen Werts.