

1. Übung zur Vorlesung „Mathematische Methoden in den Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 1:

Geben sie die explizite Darstellung der folgenden Rekursion an

$$a_{n+1} = 1.1a_n - 5, \quad a_1 = 6.$$

Aufgabe 2:

Betrachten Sie die Rekursion

$$a_{n+1} = 3a_n - 1.25a_{n-1} + 3.$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differenzgleichung.
- (b) Bestimmen Sie weiter die explizite Darstellung der Rekursion mit den Anfangswerten $a_0 = a_1 = 1$.

Aufgabe 3:

Jan leitet eine dubiose Firma. Aufgrund guter Wirtschaftslage kann diese monatlich neue Kunden im Umfang von 20% der aktuellen Kundenanzahl gewinnen. Andererseits wenden sich aber monatlich 30% der Kunden, die schon vor einem Monat mit Jans Firma Geschäfte machten, wegen Unzufriedenheit von dem Unternehmen ab. Durch Werbung kommen unabhängig von anderen Entwicklungen monatlich zusätzlich 10 Neukunden hinzu.

- (a) Stellen Sie eine rekursive Bildungsvorschrift für die Anzahl der Kunden auf. Dabei sei k_n die Anzahl der Kunden im Monat n nach Firmengründung.
- (b) Wandeln Sie die rekursive Darstellung in eine explizite um und bestimmen Sie die Konstanten für $k_0 = 100$ und $k_1 = 130$.
- (c) Wird sich die Kundenzahl stabilisieren? Wenn ja, was ist der Grenzwert?
- (d) Schreiben Sie ein Programm und Modellieren Sie die Entwicklung bis $n = 60$.

Aufgabe 4:

Simulieren Sie Konjunkturzyklen mittels eines Multiplikator-Akzelerator-Modells. Nutzen Sie $c = 0.8$, $k = 1.25$ und $C_a = 30$. Berechnen Sie mittels eines Programms 30 Iterationen und stellen Sie die Verläufe graphisch dar. Starten Sie mit $C_1 = 90$, $I_1 = 10$ und $Y_1 = 100$.

Bestimmen Sie weiter die charakteristische Gleichung der Differenzgleichung zu Y_n und deren Nullstellen und analysieren Sie damit die Lösung des Modells in Bezug auf Stabilität und Schwingverhalten.

Aufgabe 5:

Analysieren Sie die Rekursion zur Differenzgleichung

$$a_{n+1} = 1 + \alpha a_n - \frac{1}{4}a_{n-1}$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$ in Bezug auf Stabilität und ob die Iterierten beschränkt bleiben. Wie verhält es sich bei der allgemeinen Form $a_{n+1} = 1 + \alpha a_n + \beta a_{n-1}$ mit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$?