

7. Übung zur Vorlesung „Mathematische Methoden in den Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 29:

(a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom in Newton-Darstellung zu den Punkten

$$(-2, 2), \quad (-1, 3), \quad (0, 2), \quad (3, 5).$$

(b) Wie lautet das Interpolationspolynom, wenn zudem $(1, 4)$ interpoliert wird?

Aufgabe 30:

Gesucht sind die Nullstellen von

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = \begin{pmatrix} \exp(x) - y \\ y^2 - x - 3 \end{pmatrix}.$$

(a) Geben Sie die Iterationsvorschrift des Newton-Verfahrens für diese Funktion an.

(b) Berechnen Sie einen Schritt zu dem Startwert $x^{(0)} = (-1, 0)^T$.

(c) Berechnen Sie weiter einen Schritt für $x^{(0)} = (1, 4)^T$.

(d) Für welche $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ist $J_f(x, y)$ nicht invertierbar?

Aufgabe 31:

Bestimmen Sie an der Stelle $x_0 = 0.125\pi$ mittels Vorwärts-, Rückwärts- und zentraler Differenz Approximationen an $f'(x_0)$ für $f(x) = \tan(x)$. Nutzen Sie für alle Approximationen jeweils $h = 0.1$ und $h = 10^{-3}$. Approximieren Sie mit den gleichen Werten für h zudem $f''(x_0)$.

Vergleichen Sie die Näherungswerte mit den tatsächlichen Werten.

Aufgabe 32:

Bestimmen Sie die Fixpunkte und alle Häufungspunkte der Periode 2 der logistischen Gleichung für $r = 3.2$ und überprüfen Sie die Fixpunkte auf Stabilität.