Universität Rostock
Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften
Klausur 20.02.2025

Gruppe C

Aufgabe C1 (3 Punkte):

Auf einer Insel bedroht ein Schädlingsbefall den Bestand an Beerenpflanzen. Jährlich sterben 15% der Beerenpflanzen vom letzten Jahr ab. Durch wilde Fortpflanzung kommen aber pro Jahr 10% des Bestandes von vor 2 Jahren als neue Pflanzen hinzu. Außerdem werden noch jährlich 400 Beerenpflanzen neu gesetzt.

(a) Geben Sie eine Rekursionsformel für die Anzahl b_k der Beerenpflanzen im Jahre k an.
(b) Berechnen Sie b_2 und b_3 für die Anfangswerte $b_0 = 10\,000$ und $b_1 = 8\,500$.
(c) Berechnen Sie den Wert b^*, sodass aus der Wahl $b_0 = b^*$ und $b_1 = b^*$ auch folgt $b_2 = b^*$ (stabiler Bestand).

Aufgabe C2 (5 Punkte):

(a) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen der Funktion $f(x, y) = x^2 + 2xy + \frac{1}{3}y^3 + 2x - y$.
(b) Überprüfen Sie mittels der Hesse-Matrix der partiellen Ableitungen zweiter Ordnung für jede kritische Stelle, ob ein lokales Extremum vorliegt und geben Sie gegebenenfalls an, ob es ein Minimum oder ein Maximum ist.

Aufgabe C3 (4 Punkte):

Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Nachfragefunktion $N(p) = \exp(-p) + 3$ und der Angebotsfunktion $A(p) = \sqrt{p+2}$. Stellen Sie dazu eine geeignete Funktion auf und berechnen Sie deren Nullstellen. Nutzen Sie

(a) das Bisketionsverfahren (führen Sie zwei Schritte zum Anfangsintervall $I = [6.5, 7.5]$ aus)
(b) das Newton-Verfahren (berechnen Sie einen Schritt zu $x_0 = 7$).

Aufgabe C4 (4 Punkte):

Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Welchen Rang hat die Matrix A?

Aufgabe C5 (4 Punkte):

Die Auftragszahlen der vergangenen 4 Monate eines Unternehmens lauten

x	9	10	11	12
y	90	97	91	102

Bestimmen Sie das Polynom ersten Grades, welches die Daten im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate bestmöglich approximiert. Stellen Sie dazu das überbestimmte lineare Gleichungssystem auf, bestimmen Sie die Gaußsche Normalengleichung und berechnen Sie deren Lösung.