

2. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 4:

- (a) Schreiben Sie die nachfolgenden Aussagen in mathematischer Symbol-Schreibweise
- (i) Das Produkt von x mit sich selbst ist positiv für alle negativen reellen Zahlen x .
 - (ii) Es existiert eine reelle Zahl x , so dass $\cos(x) = 0$.
 - (iii) Es existiert genau eine reelle Zahl x , so dass $3x + 7 = 22$.
 - (iv) Es existiert keine reelle Zahl x , so dass $x^2 < 0$.
- (b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr

- (i) $x \geq 0 \forall x \in \mathbb{N}$,
- (ii) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$,
- (iii) $x^2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$,
- (iv) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : xy = 1$?

Aufgabe 5:

Die Inflation einer Währung betrage pro Jahr 3%. Stellen Sie eine Formel zur Entwicklung des Gegenwertes von Waren auf und bestimmen Sie, nach wieviel Jahren die Preissteigerung 50% beträgt?

Aufgabe 6:

Bestimmen Sie, falls möglich, für die angegebenen Folgen die Grenzwerte für $n \rightarrow \infty$

- (a) $a_n = \frac{1}{2n}$,
- (b) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$,
- (c) $a_n = \frac{4n}{1-2n}$,
- (d) $a_n = \frac{n^2+4n+4}{n^2-4n-4}$,
- (e) $a_n = \frac{2n^2+4n+4}{n^2-4n-4}$,
- (f) $a_n = \frac{n^2+4n+4}{n^3-4n-4}$,
- (g) $a_n = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$,
- (h) $a_n = 2 \cdot (-1)^n$.

Aufgabe 7:

Clemens beschäftigt in seinem Werk viele Arbeiter mit dubiosen Verträgen. Monatlich heuern neue Arbeiter im Umfang von 10% der aktuellen Belegschaftsgröße bei Clemens an. Aufgrund negativer Erfahrungen verlassen aber monatlich 20% der Arbeiter, die schon vor einem Monat angestellt waren, den Betrieb.

- (a) Stellen Sie eine rekursive Bildungsvorschrift für die Anzahl der Mitarbeiter auf. Dabei sei b_n die Belegschaftsgröße im Monat n nach Firmengründung.
- (b) Geben Sie zu $b_1 = 100$ und $b_2 = 110$ die Belegschaftsgrößen der folgenden 2 Monate an.

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 2. Übung

Übungsaufgabe 4:

(a) Schreiben Sie die nachfolgenden Aussagen in mathematischer Symbol-Schreibweise

(i) Die Wurzel von x ist nichtnegativ für alle nichtnegativen reellen Zahlen x .

(ii) Es existiert genau eine reelle Zahl x , so dass $\exp(x) = 1$.

(iii) Der natürliche Logarithmus von x ist positiv für alle reellen Zahlen größer 1.

(b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr

(i) $\ln(x) \leq 0 \forall x \in (0, 1]$,

(ii) $\exists x \in \mathbb{R} : \exp(x) = 0$,

(iii) $x^3 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$,

(iv) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 0$?

Übungsaufgabe 5:

Der Papierverbrauch einer Familie verringert sich jedes Jahr um 4%. Nach wieviel Jahren hat sich der Verbrauch auf 30% des Ursprungswertes reduziert?

Übungsaufgabe 6:

Bestimmen Sie, falls möglich, für die angegebenen Folgen die Grenzwerte für $n \rightarrow \infty$

(a) $a_n = \frac{2n}{1 - 3n}$,

(b) $a_n = \frac{2n^2 + 4n + 4}{-5n^2 - 4n - 4}$,

(c) $a_n = \frac{n^2 - 1}{2n + n\sqrt{n}} - \sqrt{n}$,

(d) $a_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ für $x \in \mathbb{R}$.

Zusatzaufgabe 1:

Zeigen Sie, dass $\sqrt{2}$ irrational ist. Führen Sie einen Widerspruchsbeweis, d.h. Sie nehmen das Gegenteil an und leiten daraus einen Widerspruch her.