

5. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 15:

Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils die Ableitungen und für (a)–(d) zusätzlich die zweiten Ableitungen:

- (a) $f(x) = 3x^2$, (b) $f(x) = -0.25x^3 + x^2 - x + 1$, (c) $f(x) = \sqrt{x}$,
(d) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$, (e) $f(x) = (3x^2 + 1)(x^2 - 1)$, (f) $f(x) = \exp(x^2 - 1)$,
(g) $f(x) = \ln(3x + 1)$, (h) $f(x) = \sin(2x^2)$, (i) $f(x) = \tan(x - 2)$.

Aufgabe 16:

Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils die Ableitungen:

- (a) $f(x) = (x + 1)^3$, (b) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$, (c) $f(x) = (2x + 5)^3$,
(d) $f(x) = \sqrt{3x + 1}$, (e) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2x - 1}$, (f) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{3}x^2 - x + 1\right)$.

Aufgabe 17:

Bestimmen Sie für die Funktion

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 - ax, \quad a > 0$$

- (a) Definitionsbereich und Nullstellen,
- (b) das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$,
- (c) Extrem- und Wendepunkte,
- (d) das Monotonieverhalten.

Stellen Sie $f(x)$ für $a = 3$ graphisch dar.

Aufgabe 18:

Frank möchte eine Getränkedose konzipieren. Es soll ein zylindrisches Gefäß werden. Welchen Radius r und welche Höhe h muss Frank wählen, sodass die Dose 0.33 l fasst und möglichst wenig Material verbraucht wird?

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 5. Übung

Übungsaufgabe 15:

Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils die Ableitungen und für (a)–(c) zusätzlich die zweiten Ableitungen:

(a) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 6$,

(b) $f(x) = x^{-2} + 2x^{-3} + 3x^{-4}$,

(c) $f(x) = x^2 + \ln(x) + \exp(x)$,

(d) $f(x) = \ln(x)(x^3 + x - 1)$,

(e) $f(x) = \frac{1}{3} \cos(x) \sin(2x)$,

(f) $f(x) = \ln(2 - 3x)$,

(g) $f(x) = \sin(3x)$,

(h) $f(x) = \tan(3x)$.

Übungsaufgabe 16:

Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils die Ableitungen:

(a) $f(x) = (x^3 - x^2 + x - 1)^4$,

(b) $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$,

(c) $f(x) = (x^2 - x + 1)^{-1}$,

(d) $f(x) = \exp(\sin(x))$.

Übungsaufgabe 17:

Bestimmen Sie für die Funktion

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

- (a) Definitionsbereich und Nullstellen,
- (b) das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$,
- (c) Extrem- und Wendepunkte,
- (d) das Monotonieverhalten.

Übungsaufgabe 18:

Alfons möchte die Maße seines neuen Papierkorbs so bestimmen, dass dieser ein Volumen von 10 l hat und möglichst wenig Oberflächenmaterial verbraucht wird. Der Papierkorb soll eine kreisförmige Grundfläche haben und oben offen sein.

Bestimmen Sie die Seitenlänge des Bodens und die Höhe des Papierkorbs.