

6. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 19:

Berechnen Sie folgende Grenzwerte

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x},$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x},$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x - 1},$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right).$

Aufgabe 20:

Für welchen Preis  $p \in [0, 150]$  schlägt die Nachfragefunktion  $N(p) = 0.04p^2 - 12p + 900$  von preisunelastisch zu preiselastisch um?

Aufgabe 21:

Berechnen Sie die Extrempunkte der Funktionen

(a)  $f(x) = x^2 - 2x + 1,$

(b)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 4x^2 - 4x + 1,$

(c)  $f(x) = x \ln(x),$

(d)  $f(x) = \ln(x) - 2x + 1.$

Aufgabe 22:

Berechnen Sie zu

$$f(x) = \sin(x)$$

und zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  das Taylor-Polynom bis zum Grad 5.

Aufgabe 23:

Finden Sie den Schnittpunkt der Kurven  $x = N(p) = 5 \exp(-p/5)$  und  $x = A(p) = \sqrt{1+p}$ . Stellen Sie dazu eine geeignete Funktion auf und berechnen Sie deren Nullstelle. Nutzen Sie

(a) das Bisektionsverfahren (führen Sie 4 Schritte aus),

(b) das Newton-Verfahren (2 Schritte).

Wieviele Schritte des Bisektionsverfahrens wären nötig, um sicher eine Genauigkeit der Approximation (Intervallbreite) von  $\varepsilon = 10^{-5}$  zu erreichen?

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 6. Übung

Übungsaufgabe 19:

Berechnen Sie folgende Grenzwerte

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin(x)}, & \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}, \\ \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^x}{x}, & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow 0, x > 0} \ln(x) - \frac{1}{x}. \end{array}$$

Übungsaufgabe 20:

- (a) Bestimmen Sie zu der Funktion  $N(p) = 10 - \sqrt{p}$  mit  $p \in (0, 100)$  die Elastizität  $\eta(p)$ . Für welche  $p \in (0, 100)$  ist  $N(p)$  preiselastisch?
- (b) Berechnen Sie die Elastizität der Nachfragefunktion  $N(p) = 1200 - 3p + 0.0012p^2$ . Wo im Intervall  $[0, 500]$  ist  $f$  elastisch?

Übungsaufgabe 21:

Berechnen Sie die Extrempunkte der Funktionen

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x, & \text{(b)} f(x) = \sqrt{x}e^{-x}, \\ \text{(c)} f(x) = \ln(x^2 + 2x - 1), & \text{(d)} f(x) = x^n e^{-x}. \end{array}$$

Übungsaufgabe 22:

Berechnen Sie zu

$$f(x) = \ln(x)$$

und zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$  das Taylor-Polynom bis zum Grad 3.

Übungsaufgabe 23:

Gegeben seien die Angebotsfunktion  $A(p)$  und die Nachfragefunktion  $N(p)$  mit

$$A(p) = -2 + \exp(p/10), \quad \text{und} \quad N(p) = 10 - \sqrt{p}.$$

Gesucht sind Näherungen an  $p^*$  mit  $A(p^*) = N(p^*)$ . Stellen Sie zur Berechnung des Schnittpunktes eine geeignete Funktion auf und approximieren Sie deren Nullstelle. Nutzen Sie dazu

- (a) das Bisektionsverfahren zum Startintervall  $[15, 25]$ , führen Sie 2 Intervallhalbierungen zur Einschachtelung aus,
- (b) das Newton-Verfahren zum Startwert  $p_0 = 20$ , führen Sie 2 Schritte aus.