

7. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 24:

Gesucht ist der Preis  $p^*$ , so dass  $A(p^*) = N(p^*)$  gilt mit der Angebotsfunktion  $A(p) = 0.1 + 0.001 \cdot p^2$  und der Nachfragefunktion  $N(p) = 5/(1 + 0.0005 \cdot p^3)$ . Bestimmen Sie Näherungen an  $p^*$  mittels

- (a) des Bisektionsverfahrens, so dass  $|A(p) - N(p)| < 0.1$  gilt, und
- (b) des Newtonverfahren (2 Schritte ausführen).

Wählen Sie ein geeignetes Startintervall bzw. einen geeigneten Startwert jeweils selbst.

Aufgabe 25:

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen alle partiellen Ableitungen erster Ordnung sowie von (a), (c) und (e) auch alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung:

- (a)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,
- (b)  $f(x, y) = 3xy$ ,
- (c)  $f(x, y) = x^2 - 4xy + 4y^2$ ,
- (d)  $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ ,
- (e)  $f(x, y) = \sqrt{xy}$ ,
- (f)  $f(x, y, z) = \ln(x^3 + y^2 + z)$ .

Bestimmen Sie von (b) und (c) die Richtungsableitung zu  $v = (-0.8, 0.6)$ . Werten Sie diese jeweils in  $(x, y) = (3, 1)$  aus.

Aufgabe 26:

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen alle partiellen Ableitungen und die kritischen Punkte:

- (a)  $f(x, y) = xy + x^2 + y^2 + x - 4y - 3$ ,
- (b)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x + 5y + 2$ ,
- (c)  $f(x, y) = x^2y^2 + x^2 + x$ ,
- (d)  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ .

Überprüfen Sie für (a)-(c) die hinreichende Bedingung für das Vorliegen eines lokalen Extremums.

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 7. Übung

Übungsaufgabe 24:

Berechnen Sie Näherungslösungen der Gleichung  $x^2 = \exp(x)$ . Nutzen Sie das Bisektions- und das Newton-Verfahren.

Wieviele Schritte des Bisektionsverfahrens wären nötig, um sicher eine Genauigkeit der Approximation (Intervallbreite) von  $\varepsilon = 10^{-6}$  zu erreichen?

Übungsaufgabe 25:

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen alle partiellen Ableitungen erster Ordnung sowie von (a), (b) und (d) auch alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung:

(a)  $f(x, y) = x - 2xy - y^2$ ,

(b)  $f(x, y) = 3\frac{x}{y}$ ,

(c)  $f(x, y) = (x - 2)^2(y + 1)^2$ ,

(d)  $f(x, y) = \sqrt{x^3y}$ ,

(e)  $f(x, y, z) = \sin(xy) + \cos(xz)$ ,

(f)  $f(x, y, z) = xyz + \ln(x + y + z)$ .

Bestimmen Sie von (a) und (d) die Richtungsableitung zu  $v = (\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$ . Werten Sie diese jeweils in  $(x, y) = (3, 1)$  aus.

Übungsaufgabe 26:

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen alle partiellen Ableitungen und die kritischen Punkte:

(a)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - x$ ,

(b)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ ,

(c)  $f(x, y) = -x^2y^2 - 2x^2 - 3x$ .

Überprüfen Sie die hinreichende Bedingung für das Vorliegen eines lokalen Extremums.