Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
PD Dr. M. Sawall

Rostock, den 04.12.2023

8. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 27:
Bestimmen Sie von folgenden Funktionen $f(x, y)$ die kritischen Stellen unter der jeweiligen Nebenbedingung $g(x, y) = 0$:

(a) $f(x, y) = -x^2 + y + xy, \quad g(x, y) = x + y - 3,$

(b) $f(x, y) = x + 2y, \quad g(x, y) = xy - 1,$

(c) $f(x, y) = x^2 + 2xy + 5y^2 - 4x + 4y, \quad g(x, y) = x - y - 8.$

Aufgabe 28:
Ferry braucht für sein neues Automobil einen Wasserstofftank. Dieser soll zylindrisch sein, $0.2\,\mathrm{m}^3$ fassen und eine möglichst kleine Oberfläche haben. Bestimmen Sie mittels des Lagrange-Formalismus die optimalen Maße. Stellen Sie dazu die Lagrange-Funktion auf, berechnen Sie deren partielle Ableitungen und bestimmen Sie alle kritischen Punkte.

Aufgabe 29:
Der erwartete Gewinn von Rickies Café hängt von den Ausgaben x für die Einrichtung und dem Aufwand für PR ab und vermöge der Formel

$$G = \sqrt[3]{xy^2}.$$

Weil sie nur über $A = 120\,000$ € verfügt und Reklame immer doppelt so teuer wird, wie man denkt, legt sie die Bedingung

$$A = x + 2y$$

fest. Wie muss sie ihre Aufwendungen planen, um maximalen Gewinn erwarten zu dürfen, und wie hoch ist dieser?

Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf, bestimmen Sie deren partiellen Ableitungen und die kritischen Punkte.

Die Aufgaben sollen sowohl zur Bearbeitung in den Seminaren als auch zur selbstständigen Übung dienen. Insbesondere reichen die 90 Minuten einer Übung mitunter nicht zur Besprechung und Bearbeitung aller Aufgaben.

Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
PD Dr. M. Sawall

Rostock, den 04.12.2023

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 8. Übung

Übungsaufgabe 27:
Bestimmen Sie von folgenden Funktionen $f(x,y)$ die kritischen Stellen unter der jeweiligen Nebenbedingung $g(x,y)=0$:

(a) $f(x,y)=x^2-y+2xy$, $g(x,y)=x+y-6$,

(b) $f(x,y)=x^2-20x+130+y^2-10y$, $g(x,y)=2x+3y-22$,

(c) $f(x,y)=x+2$, $g(x,y)=(x^2+y^2-1)^2$.

Übungsaufgabe 28:
Elon braucht für seinen neuen Weltraumbahnhof einen Sauerstofftank. Dieser soll zylindrisch sein, $5\,000\,\mathrm{m}^3$ fassen und eine möglichst kleine Oberfläche haben. Bestimmen Sie mittels des Lagrange-Formalismus die optimalen Maße. Stellen Sie dazu die Lagrange-Funktion auf, berechnen Sie deren partielle Ableitungen und bestimmen Sie alle kritischen Punkte.

Übungsaufgabe 29:
Philipp startet eine Karriere als kleiner Großhändler. Er hat ein Lagerhaus mit $100\,\mathrm{m}^3$ Lagerraum gemietet und möchte indischen Pfeffer und Curry handeln. Ein Karton Pfefferpäckchen nimmt $0.2\,\mathrm{m}^3$ ein und ein Karton Currypäckchen $0.1\,\mathrm{m}^3$. An einem Karton Pfefferpäckchen verdient Philipp $m_P=50\$$, ein Currypäckchenkarton wirft $m_C=20\$$ für ihn ab. Da sich Philipp insbesondere von der Kombination beider Produkte Erfolg verspricht, setzt er für x_P gehandelte Pfefferpäckchenkartons und x_C gehandelte Currypäckchenkartons als Gewinnfunktion

$$f(x_P,x_C)=m_Px_P+m_Cx_C+m_Pm_Cx_Px_C=50x_P+20x_C+1000x_Px_C$$

an. Bei welcher Wahl der Produktmengen wird Philipps Gewinn dem Modell nach und unter Berücksichtigung der Lagerkapazitäten maximal? Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf, bestimmen Sie deren partiellen Ableitungen und die kritischen Punkte.