

9. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 30:

Bestimmen Sie folgende Integrale

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \int x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \, dx, & \text{(ii)} \int \sqrt{x} \, dx, & \text{(iii)} \int_1^4 \sqrt{x\sqrt{x}} \, dx, \\ \text{(iv)} \int \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \, dx, & \text{(v)} \int \exp(ax + b) \, dx, & \text{(vi)} \int_1^2 \frac{(x^2 + 1)(x - 2)}{x^2} \, dx. \end{array}$$

Aufgabe 31:

Bestimmen Sie mittels Substitution folgende Integrale

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \int (x^2 + 10)^{15} 2x \, dx, & \text{(ii)} \int_1^2 \frac{2x + 1}{x^2 + x - 1} \, dx & \text{(iii)} \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} \, dx. \end{array}$$

Aufgabe 32:

Bestimmen Sie mittels partieller Integration

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \int x \exp(x) \, dx, & \text{(ii)} \int \sin(x) \cos(x) \, dx, & \text{(iii)} \int_1^{2e} \frac{\ln x}{x} \, dx. \end{array}$$

Aufgabe 33:

Berechnen Sie den durchschnittlichen Funktionswert von $f(x) = x^2 + x + 1$ im Intervall $[0, 10]$.

Aufgabe 34:

Bestimmen Sie Approximationen an

$$\int_{-1}^1 \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \, dx$$

mittels der Trapez- und der Simpsonregel. Nutzen Sie $n = 2$, $n = 4$ und $n = 8$. Vergleichen Sie die Näherungen mit $I \approx 1.711248783$.

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 9. Übung

Übungsaufgabe 30:

Bestimmen Sie folgende Integrale

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \int \frac{1}{5}x^4 + 4x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1 \, dx, & \text{(ii)} \int \sqrt{x+1} \, dx, & \text{(iii)} \int_1^8 \sqrt[3]{x} \, dx, \\ \text{(iv)} \int \ln(ax+b) \, dx, & \text{(v)} \int \frac{1}{ax+b} \, dx, & \text{(vi)} \int_1^2 \frac{(x+2)(x+1)}{x} \, dx. \end{array}$$

Übungsaufgabe 31:

Bestimmen Sie mittels Substitution folgende Integrale

$$\text{(i)} \int x \exp(-cx^2) \, dx \quad \text{(ii)} \int \frac{\ln(x+2)}{2x+4} \, dx, \quad \text{(iii)} \int_1^e \frac{1 + \ln(x)}{x} \, dx,$$

Übungsaufgabe 32:

Bestimmen Sie mittels partieller Integration

$$\text{(i)} \int \sqrt{x} \ln(x) \, dx, \quad \text{(ii)} \int_0^1 x^2 \exp(x) \, dx, \quad \text{(iii)} \int_1^3 x \sqrt{1+x} \, dx.$$

Übungsaufgabe 33:

Bestimmen Sie den durchschnittlichen Wert der Funktion

$$f(x) = -\frac{2}{x^3} + \frac{x^2}{3}$$

im Intervall $x \in [1, 4]$.

Übungsaufgabe 34:

Bestimmen Sie Approximationen an

$$\int_{-4}^4 \frac{1}{x^2+1} \, dx$$

mittels der Trapez- und der Simpsonregel. Nutzen Sie $n = 2$, $n = 4$ und $n = 8$. Vergleichen Sie die Näherungen mit $I \approx 2.651635328$.