

14. Übung zur Vorlesung „Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 50:

Bestimmen Sie das Polynom $p(x)$ vom Grad kleiner oder gleich 2, welches im Sinne der kleinsten Quadrate die Daten

x	0	1	2	3
y	2	5	3	0

bestmöglich approximiert. Stellen Sie dazu das entsprechende überbestimmte Gleichungssystem auf und bestimmen Sie die Gaußsche Normalengleichung sowie deren Lösung.

Aufgabe 51:

Betrachten Sie die Approximation der Daten

x	0.5	0.75	1.33	2	3
y	0.5	0.67	0.75	0.8	0.83

mittels einer Funktion der Form

$$f(x) = a + bx + c \ln(x)$$

mit Konstanten $a, b, c \in \mathbb{R}$. Stellen Sie ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem zur Berechnung von $a, b, c \in \mathbb{R}$ auf, sodass $f(x)$ die Daten im Sinne der kleinsten Quadrate bestmöglich approximiert. Bestimmen Sie die zugehörige Gaußsche Normalengleichung - die abschließende Berechnung der Konstanten ist nicht gefragt.

Aufgabe 52:

Für die zwei Produktmengen $x_1 \geq 0$ und $x_2 \geq 0$ gelten die Bedingungen

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 9 \\ x_2 &\leq 7 \\ x_1 + x_2 &\leq 11 \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Lösung mit maximalem Gewinn $f(x) = 6x_1 + 4x_2$.

Aufgabe 53:

Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 5 \\ x_2 &\leq 6 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 14 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 18 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ f(x) &= 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max! \end{aligned}$$

Aufgaben zum Selbststudium & zusätzlichen Üben zur 14. Übung

Übungsaufgabe 50:

Bestimmen Sie das Polynom $p(x)$ vom Grad kleiner oder gleich 2, welches im Sinne der kleinsten Quadrate die Daten

x	0	1	2	3	4
y	12	15	16	14	13

bestmöglich approximiert. Stellen Sie dazu das entsprechende überbestimmte Gleichungssystem auf und bestimmen Sie die Gaußsche Normalgleichung sowie deren Lösung.

Übungsaufgabe 51:

Zur Approximation der Daten

x	0.5	1	1.5	2	4
y	1.5	2.67	3.75	5	7

soll eine Funktion der Form

$$f(x) = a + bx + c\sqrt{x}$$

genutzt werden mit den Konstanten $a, b, c \in \mathbb{R}$. Stellen Sie ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem zur Berechnung von $a, b, c \in \mathbb{R}$ auf, sodass $f(x)$ die Daten im Sinne der kleinsten Quadrate bestmöglich approximiert. Bestimmen Sie die Gaußsche Normalgleichung dazu - die abschließende Berechnung der Konstanten ist nicht gefragt.

Übungsaufgabe 52:

Für die zwei Produktmengen $x_1 \geq 0$ und $x_2 \geq 0$ gelten die Bedingungen

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 4 \\ x_2 &\leq 3 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 9 \end{aligned}$$

- (a) Skizzieren Sie den zulässigen Bereich des Optimierungsproblems.
- (b) Bestimmen Sie die Lösung mit maximalem Gewinn $3x_1 + 2x_2$.

Übungsaufgabe 53:

Gegeben ist das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 4 \\ x_2 &\leq 5 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 12 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ f(x) = 2x_1 + 3x_2 &\rightarrow \max! \end{aligned}$$

Skizzieren Sie den zulässigen Bereich des Optimierungsproblems und bestimmen Sie die optimale Lösung.