Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
PD Dr. M. Sawall

Rostock, den 24.10.2023

1. Übung zur Vorlesung „Mathematische Methoden in den Wirtschaftswissenschaften“

Aufgabe 1:

Geben sie die explizite Darstellung der folgenden Rekursion an

$$a_{n+1} = 1.1a_n - 5, \quad a_1 = 6.$$

Aufgabe 2:

Betrachten Sie die Rekursion

$$a_{n+1} = 3a_n - 1.25a_{n-1} + 3.$$

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differenzengleichung.

(b) Bestimmen Sie weiter die explizite Darstellung der Rekursion mit den Anfangswerten $a_0 = a_1 = 1$.

Aufgabe 3:

Jan leitet eine dubiose Firma. Aufgrund guter Wirtschaftslage kann diese monatlich neue Kunden im Umfang von 20% der aktuellen Kundenanzahl gewinnen. Andererseits wenden sich aber monatlich 30% der Kunden, die schon vor einem Monat mit Jans Firma Geschäfte machten, wegen Unzufriedenheit von dem Unternehmen ab. Durch Werbung kommen unabhängig von anderen Entwicklungen monatlich zusätzlich 10 Neukunden hinzu.

(a) Stellen Sie eine rekursive Bildungsvorschrift für die Anzahl der Kunden auf. Dabei sei k_n die Anzahl der Kunden im Monat n nach Firmengründung.

(b) Wandeln Sie die rekursive Darstellung in eine explizite um und bestimmen Sie die Konstanten für $k_0 = 100$ und $k_1 = 130$.

(c) Wird sich die Kundenzahl stabilisieren? Wenn ja, was ist der Grenzwert?

(d) Schreiben Sie ein Programm und Modellieren Sie die Entwicklung bis $n = 60$.

Aufgabe 4:

Simulieren Sie Konjukturzyklen mittels eines Multiplikator-Akzelerator-Modells. Nutzen Sie $c = 0.8$, $k = 1.25$ und $C_a = 30$. Berechnen Sie mittels eines Programms 30 Iterationen und stellen Sie die Verläufe graphisch dar. Starten Sie mit $C_1 = 90$, $I_1 = 10$ und $Y_1 = 100$.

Bestimmen Sie weiter die charakteristische Gleichung der Differentialgleichung zu Y_n und deren Nullstellen und analysieren Sie damit die Lösung des Modells in Bezug auf Stabilität und Schwingverhalten.

Aufgabe 5:

Analysieren Sie die Rekursion zur Differenzengleichung

$$a_{n+1} = 1 + \alpha a_n - \frac{1}{4}a_{n-1}$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$ in Bezug auf Stabilität und ob die Iterierten beschränkt bleiben. Wie verhält es sich bei der allgemeinen Form $a_{n+1} = 1 + \alpha a_n + \beta a_{n-1}$ mit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$?